

*Ахметова Е.Р., Томилова С.А.,
студенты,
2 курс, кафедра «Бухгалтерский учет, анализ и аудит»
Финансовый университет при Правительстве РФ,
Россия, г. Уфа
Научный руководитель: Федотова М.Ю.,
кандидат физико-математических наук,
доцент кафедры «Математика и информатика»
Финансовый университет при Правительстве РФ,
Россия, г. Уфа*

АНАЛИЗ ВЕРОЯТНОСТНЫХ МЕХАНИЗМОВ ИГРОВЫХ ЛОТЕРЕЙ НА ПРИМЕРЕ ГАЧА-СИСТЕМЫ GENSHIN IMPACT

***Аннотация:** Статья посвящена исследованию вероятностных моделей внутриигровых лотерей (гача-систем) на примере мобильной игры Genshin Impact. Поведение игрока формализовано как марковский процесс принятия решений, что позволяет вычислить ожидаемую полезность стратегий различной длительности с учётом системы гарантированного выпадения (pity system) и определить пороговую субъективную ценность виртуального предмета. Расчёты опираются на эмпирические данные о стоимости внутриигровой валюты и наблюдаемом распределении вероятностей.*

***Ключевые слова:** теория вероятностей, гача-система, марковский процесс принятия решений, математическое ожидание, «pity»-система.*

***Abstract:** The article is devoted to the study of probabilistic models of in-game lotteries (gacha-systems) using the mobile game Genshin Impact. The behavior of the player is formalized as a Markovian decision-making process, which allows to calculate the expected usefulness of strategies of different duration with consideration of the system of guaranteed failure (pity system) and to determine the*

threshold subjective value of the virtual object. Calculations are based on empirical data about the value of an intra-game currency and the observed probability distribution.

Keywords: *probability theory, gacha-system, Markov decision process, expected value, pity system.*

В современном мире видеоигры перестали быть просто развлечением – они стали сложными экономическими системами, где пересекаются интересы миллионов пользователей и крупных корпораций. Для математического анализа же нам необходима их «гача-механика» – вероятностная система получения внутриигровых предметов, которая «принесла разработчикам игры Genshin Impact более 3,7 миллиардов долларов за первые три года после запуска» [7]. При этом сама игра распространяется бесплатно, а её доход целиком основан на микротранзакциях.

В рамках данной работы теория вероятностей, математический анализ и элементы теории игр применяются к анализу реальной экономической задачи. Актуальность исследования определяется необходимостью понимания математической структуры гача-систем (внутриигровых лотерей), позволяющей выявить факторы, обуславливающие готовность пользователей к значительным расходам на виртуальные предметы, а также механизмы настройки вероятностных параметров для максимизации дохода разработчиков. Цель работы – формализовать динамику участия пользователя в гача-лотерее на примере Genshin Impact и установить количественные границы, в пределах которых продолжение серии попыток сохраняет рациональный характер.

Для формального анализа введём необходимые обозначения. Поведение игрока описывается с помощью марковского процесса принятия решений [3, с. 2-6]. Это способ описать ситуацию, где человек принимает решения последовательно, и каждое решение зависит от того, в каком состоянии он сейчас находится.

Пусть игрок (покупатель) обладает субъективной ценностью R - максимальной суммой, которую он готов заплатить за гарантированное получение желаемого предмета. Эта величина неизвестна разработчику.

Состояния принимающего решения – это номера попыток. Состояние S_i означает, что игрок сделал $i-1$ неудачных попыток и сейчас собирается делать i -ю. Разработчик (продавец) может настраивать два параметра:

- стоимость одной попытки (c);
- последовательность вероятностей выигрыша p_i , где p_i - вероятность получить ценный предмет на i -й попытке при условии, что предыдущие $i-1$ попыток были неудачными.

В Genshin Impact, как и в большинстве современных гача-игр, вероятности не являются постоянными [5, с. 63-64]. При $i \leq 73$ вероятность составляет 0,6%, при $74 \leq i \leq 89$ она возрастает, характер этого роста наглядно представлен на рисунке 1, а на 90-й попытке достигает 100%.

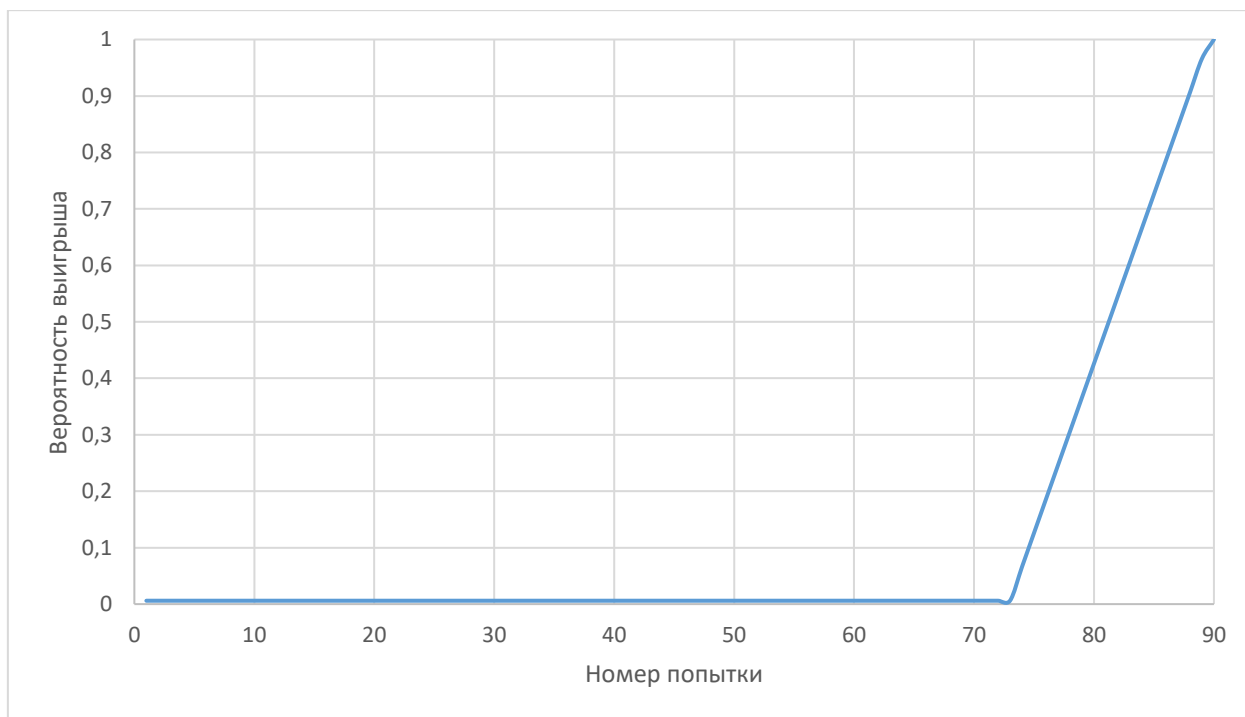


Рисунок 1. График вероятностей получения редкого персонажа в зависимости от номера попытки в игре Genshin Impact

Такая конструкция получила название «pity-система» (система гаранта). Она служит ограничителем максимальных потерь игрока.

У игрока есть два варианта действий в каждом состоянии:

- крутить (a_p) – заплатить c и получить шанс p_i выиграть;
- выйти (a_q) – закончить игру.

Вероятности переходов задаются естественным образом:

- если игрок крутит и не выигрывает, он переходит в состояние S_{i+1} с вероятностью $1 - p_i$;
- если игрок крутит и выигрывает, он переходит в состояние выигрыша S^* с вероятностью p_i ;
- если игрок выходит, он переходит в терминальное состояние S^q с вероятностью 1.

Мгновенный выигрыш при переходах составляет:

- при проигрыше: $-c$ (потерял стоимость попытки);
- при выигрыше: $R - c$ (получил ценность предмета минус затраты);
- при выходе: 0.

Игрок стремится максимизировать ожидаемую полезность. Множество возможных стратегий обозначим $\{\pi_0, \pi_1, \pi_2, \dots, \pi_\infty\}$, где:

- π_0 – не крутить вообще;
- π_k – крутить, пока не выиграешь, но не больше k раз;
- π_∞ – крутить до победного конца, сколько бы ни потребовалось.

Полезность для стратегии π_k из начального состояния S_1 вычисляется по формуле [3, с. 6]:

$$V\pi_k(S_1) = (1 - \prod_{i=1}^k (1 - p_i))R - c \times E(\pi_k)$$

Разберем эту формулу по частям.

Первая часть: $\prod_{i=1}^k (1 - p_i)$ – это вероятность проиграть во всех k попытках. Например, если вероятность выигрыша 0,6%, то вероятность проигрыша 99,4%. Если сделать 10 попыток, вероятность проиграть во всех

десяти равна $0.994^{10} \approx 0,94$. Тогда $1 - 0,94 = 0,06$ – это вероятность выиграть хотя бы раз за 10 попыток. Умножаем на ценность предмета R – получаем ожидаемый выигрыш.

Вторая часть: $E(\pi_k)$ – ожидаемое количество попыток, которые игрок совершит. Умножаем на цену одной попытки c – получаем ожидаемые затраты.

Вычитаем затраты из выигрыша – получаем ожидаемую полезность. Если $V\pi_k(S_1) > 0$ игроку выгодно играть по этой стратегии. Если для всех k полезность отрицательна, игрок не будет участвовать.

Чтобы пользоваться формулой полезности, нужно уметь вычислять $E(\pi_k)$ – ожидаемое количество попыток [3, с. 6]. Вот как эта формула устроена:

$$E(\pi_k) = \sum_{i=1}^k i \times p_i \times \left(\prod_{t=1}^{i-1} (1 - p_t) \right) + k \times \left(\prod_{t=1}^k (1 - p_t) \right)$$

Рассмотрим частный случай с постоянной вероятностью выигрыша. Пусть вероятность успеха в каждой попытке составляет 0,5. Для нахождения среднего числа бросков до первого выигрыша при ограничении максимального числа попыток величиной k необходимо осуществить перебор всех возможных исходов, вычислить вероятность каждого из них и умножить на соответствующее количество бросков.

Первое слагаемое сумма. Здесь рассматриваем все варианты, где выигрыш происходит на какой-то конкретной попытке i .

Возьмём, например, $i = 3$. Это значит, что игрок выиграл на третьей попытке. Чтобы это произошло, нужно:

- проиграть на первой попытке – вероятность $(1 - p_1)$;
- проиграть на второй попытке – вероятность $(1 - p_2)$;
- выиграть на третьей попытке – вероятность p_3 .

Вероятность всего этого сценария равна произведению: $(1-p_1) \times (1-p_2) \times p_3$. В формуле это записано как $p_3 \times \prod_{t=1}^2 (1 - p_t)$. Если этот сценарий случился, игрок сделал ровно 3 попытки. Поэтому мы умножаем вероятность на 3 и прибавляем к сумме.

Так делаем для всех i от 1 до k . Для $i = 3$ произведение $\prod_{t=1}^0$ считается равным 1 (пустое произведение), и слагаемое становится $1 \times p_1 \times 1 = p_1$.

Второе слагаемое. Теперь рассматриваем вариант, когда игрок не выиграл ни разу за все k попыток. Вероятность этого равна произведению вероятностей проигрыша на каждой попытке: $\prod_{t=1}^k$. Если это случилось, игрок сделал ровно k попыток. Умножаем вероятность на k и прибавляем к сумме.

Для постоянной вероятности. Если вероятность выигрыша одинакова на каждой попытке $p_i = p$ формула сильно упрощается [3, с. 6]. В этом случае:

$$E(\pi_k) = \frac{1 - (1 - p)^k}{p}$$

Проверим на примере: если $p = 0,5$ и $k = 3$, то $E = (1 - 0.5^3)/0,5 = (1 - 0,125)/0,5 = 0,875/0,5 = 1,75$. Это означает, что за три попытки в среднем мы сделаем 1,75 броска до первого выигрыша с учётом того, что иногда выигрываем на первой же попытке, а иногда - на второй или третьей.

Применим эти формулы к реальным данным игры Genshin Impact.

Будем рассматривать типичного игрока, который хочет получить редкого персонажа. Введём следующие параметры [5, с. 64]:

- стоимость одной попытки: 160 игровой валюты;
- самый выгодный пакет игровой валюты в магазине игры стоит 10 990 рублей и даёт 8 080 игровой валюты плюс 1 600 бонусных при первой покупке, но для базового расчёта возьмём стандартное значение;
- цена одного единицы валюты: $10\,990 / 8\,080 \approx 1,36$ рубля;
- стоимость одной попытки: $160 \times 1,36 \approx 218$ рублей.

Для упрощения дальнейших расчётов будем использовать округлённое значение $c = 220$ рублей за одну попытку.

Распределение количества попыток до получения редкого персонажа выглядит следующим образом [5, с. 67-68]:

- минимальное значение: $N_{min} = 1$;
- максимальное значение: $N_{max} = 90$ жёсткий гарант.

Вероятности в Genshin Impact устроены так:

- с 1 по 73 попытку: $p = 0,006$ (0,6%);
- с 74 по 89 попытку: вероятность возрастает от 0,006 до 1;
- на 90-й попытке: $p = 1$ (100%).

Расчёт стратегии π_{75} – игрок делает не более 75 попыток.

Рассмотрим конкретную стратегию: игрок решает, что сделает не более 75 попыток. Если не выиграет за 75 попыток – останавливается. Для этого нам нужно вычислить: вероятность выиграть за 75 попыток, ожидаемое количество попыток, ожидаемую полезность при разной ценности персонажа.

Шаг 1. Вычисляем вероятность выиграть за 75 попыток.

Вероятность выиграть хотя бы раз за 75 попыток:

$$P_{win}(75) = 1 - \prod_{i=1}^{75} (1 - p_i)$$

В формуле стоит учесть, что между попытками есть разница в вероятностях выигрыша, поэтому считаем их отдельно:

$$P_{win}(75) = 1 - (1 - p)^{73} \times (1 - p_{74}) \times (1 - p_{75})$$

Так как Genshin Impact не раскрывает подробностей о вероятностях у попыток с 74 по 89, а только утверждает о 100% вероятности выигрыша на 90, обратимся к нашему авторскому графику, который предполагает, что на попытках 74 и 75 шансы выиграть равны 0,066 и 0,126. Тогда:

$$P_{win}(75) \approx 0,474$$

Шаг 2. Вычисляем ожидаемое количество попыток.

Так как мы можем выиграть и до 75, то ожидаемое количество попыток при стратегии π_{75} можно выразить через среднее – $i = 37,5$. Значит:

$$E(\pi_{75}) = 0,474 \times 37,5 + 0,474 \times 75 \approx 53$$

Шаг 3. Вычисляем ожидаемую полезность.

Формула полезности:

$$V\pi_{75} = P_{win}(75) \times R - c \times E(\pi_{75})$$

Подставляем числа:

- $P_{win}(75) = 0,474$;

- $c = 220$ рублей;

- $E(\pi_{75}) = 53$.

$$V(\pi_{75}) = 0,474 \times R - 220 \times 53 = 0,474R - 11\,660$$

Шаг 4. Находим пороговую ценность персонажа.

Игроку выгодно играть по этой стратегии, если $V\pi_{75} \geq 0$:

$$0,474R - 11\,660 \geq 0 \Rightarrow 0,474R \geq 11\,660 \Rightarrow R \geq 24\,599 \text{ рублей}$$

Значит, если игрок оценивает желаемого персонажа в 24 599 рублей или выше, ему выгодно сделать до 75 попыток. При этом с вероятностью 47,4% он выиграет раньше и потратит меньше.

Для сравнения: если игрок оценивает персонажа в 20 000 рублей, то $V = 0,474 \cdot 20\,000 - 11\,731,5 = -2\,251,5$ рублей. Ему невыгодно участвовать.

Для сравнения рассмотрим стратегию π_{∞} , когда игрок готов крутить сколько угодно, пока не выиграет. В этом случае вероятность выигрыша равна 1 (рано или поздно гарант сработает). Формула полезности упрощается:

$$V\pi_{\infty} = R - c \times E(\pi_{\infty})$$

Из статистики $E\pi_{\infty} = 61,5$ попыток [1]. Подставляем:

$$V\pi_{\infty} = R - 220 \times 61,5 = R - 13\,530$$

Игроку выгодно участвовать, если $R \geq 13\,530$ рублей.

Порог для стратегии «крутить до конца» (13 530 руб.) оказался ниже порога для ограничения 75 попытками (24 599 руб.). С математической точки зрения продолжение серии до гарантированного выигрыша предпочтительнее досрочной остановки. Причина - в действии системы гаранта: детерминированный успех на 90-й попытке делает прекращение после уже понесённых затрат экономически неоправданным.

На первый взгляд может показаться, что разработчик заинтересован в том, чтобы игроки проигрывали как можно чаще. Ведь каждая неудача приносит доход, а удача – наоборот, даёт игроку ценность без дополнительных затрат. Однако более глубокий анализ показывает, что эта интуиция ошибочна.

Если бы игроки никогда не выигрывали, они бы быстро перестали играть. Система должна поддерживать баланс между выигрышами и проигрышами.

Получается парадоксальная ситуация: разработчику невыгодно, чтобы игроки проигрывали слишком часто. Оптимальная система должна создавать достаточно частые выигрыши, чтобы удерживать игроков, но достаточно редкие, чтобы каждая победа ощущалась как достижение.

Система гаранта обеспечивает этот баланс:

- ранние выигрыши 1–73 попытки создают положительное подкрепление;
- область мягкого гаранта 74–89 попыток создаёт эффект «почти дошел», удерживая игрока;
- жёсткий гарант 90-я попытка ограничивает максимальные потери.

В результате игроки, которые уже вложились в систему, с высокой вероятностью дойдут до выигрыша, а разработчик получает максимальную выручку при минимальном оттоке аудитории.

В заключении подсчётов, можем сказать, что проведённый анализ позволяет охарактеризовать гача-систему Genshin Impact как математически обоснованную вероятностную конструкцию, параметры которой обеспечивают максимизацию ожидаемой выручки разработчика при сохранении контролируемого уровня риска для пользователя. Применение аппарата теории вероятностей, математического анализа и марковских процессов принятия решений даёт возможность количественно описать поведение участника в условиях непостоянной вероятности успеха и наличия механизма гарантированного выпадения предметов. В ходе исследования установлено, что встроенная система гаранта (pity system) создаёт экономический стимул к продолжению серии попыток после её начала: расчёты ожидаемой полезности демонстрируют, что для игрока рациональной стратегией является либо полный отказ от участия в лотерее, либо доведение попыток до гарантированного выигрыша.

Использованные источники:

1. Paimon.moe - открытая статистика гача-попыток игроков Genshin Impact. [Электронный ресурс]. URL: <https://paimon.moe/wish> (дата обращения: 06.04.2026).
2. Genshin Impact Wish Simulator - инструмент для анализа вероятностных распределений. [Электронный ресурс]. URL: <https://wishsimulator.app> (дата обращения: 06.04.2026).
3. Chen C., Fang Z. Gacha Game Analysis and Design // Proceedings of the ACM on Measurement and Analysis of Computing Systems. - 2023. - Vol. 7, No. 1. - P. 1–45. URL: [Gacha Game Analysis and Design](#)
4. Myerson R. B. Optimal auction design // Mathematics of Operations Research. - 1981. - Vol. 6, No. 1. - P. 58–73. URL: [Optimal Auction Design](#)
5. Thavamuni S., Khalid M.N.A., Iida H. Analyzing The Gacha System in Genshin Impact: Odds, Mechanics, And Player Enticement // Asia-Pacific Journal of Information Technology and Multimedia. - 2025. - Vol. 14, No. 1. - P. 61–71. URL: [Analyzing The Gacha System in Genshin Impact: Odds, Mechanics, And Player Enticement](#)
6. Lakic N., Bernik A., Їер A. Addiction and Spending in Gacha Games // Information. - 2023. - Vol. 14, No. 7. - P. 399. URL: [\(PDF\) Addiction and Spending in Gacha Games](#)
7. Genshin Impact Mobile Revenue Reaches \$3.7 Billion in Two Years since Launch // Sensor Tower. – 2022. – 28 сент. – URL: <https://sensortower.com> (дата обращения: 06.04.2026).